効率賃金モデルと内生的景気循環について

井　本　　　伸

概　要

Alexopoulos (2004) やNakajima (2006) で用いられているような、Shapiro and Stiglitz (1984) タイプの効率賃金モデルを、Diamond (1965) 型の二世代重複モデルに応用した。この場合、外部性を持たず、効用関数・生産関数ともに非常に単純な形であっても、定常均衡へと向かう経路が振動する例を作ることが出来る。

1　はじめに

世代重複モデル等の長期経済成長モデルは、完全雇用を前提として分析を進めるのが、一般的である。長期においては、賃金等の物価水準はスムーズに調整されるため、需要不足は解消され、完全雇用が達成されると考えるからである。しかし、実際の経済では、「完全」雇用は達成されることはなく、ある程度の失業が存在する。マクロ経済レベルの失業の原因として、一つは企業側と労働側のミスマッチなど、いわゆる「摩擦的失業」がある。もう一つは、賃金が完全雇用の水準まで低下しない(スムーズに調整されない)ことによる「待機失業」である。これは、ケインズのいうところの「非自発的失業」である。長期的に見れば、価格(賃金)はスムーズに調整されるると考えられるため、「待機失業」は解消される。ところが、長期的にも賃金が下がらない、または、スムーズには下がらないとする考え方がある。短期だけではなく、長期でも賃金は下方硬直性を持つと考えるのである。それらの基礎となる考え方は、「労働組合の交渉」や「効率賃金仮説」と呼ばれるものである。このような場合、「待機失業」も常に存在することになる。

近年、長期経済成長モデルにおいても失業を組み込んだ分析を行う研究が増えてきた。多くの場合、前述の「労働組合の交渉」や「効率賃金仮説」を組み込んで分析を行っている。本論で扱う二世代重複モデルでの例を挙げれば、「労働組合の交渉」をモデルに組み込んだCorneo and Marquardt (2000)、「効率賃金仮説」を企業行動に取り入れたJullian and Picard (1998) などがある。

二世代重複モデルを用いて分析するにあたって、なにかしらの設定を追加することにより、定常均衡への経路が振動する例や、周期解を持つ例を作ることが出来る。例えば、Imoto (2003) では、Diamond (1965) 型の二世代重複モデルに「労働組合の交渉」を組み込むことにより、このような例を示した。

本論では、Alexopoulos (2004) やNakajima (2006) などで用いられている、Shapiro and Stiglitz (1984) タイプの効率賃金モデル (Shirking Effciency Wage Model) を、Diamond (1965) 型の二世代重複モデルに組み込むことにより、定常均衡への経路が振動する例を示

す。二章では基本モデルの設定、三章では市場均衡と動学体系に関する考察を行う。

2 基本モデル

Diamond 型二世代重複モデルを考える。1期目は労働を行い、所得を得て、消費・貯蓄を行う。2期目は退職し、貯蓄を取り崩して消費を行う。このモデルに、Alexpoulos(2004), Nakajima(2006)と同じ、労働者の行動にShirkingがある効率賃金仮説を取り入れる。

2.1 家計

家計の効用関数は、

$$U_t(C_1, C_2, e) = \ln C_1 + \beta \ln C_2 + \theta \ln(T-e) \qquad (1)$$

とする。ここで、C_1, C_2, e はそれぞれ、1期目の消費、2期目の消費、労働効率であり、β, θ, T はパラメータである。

このモデルでは、非自発的失業を考えるため、雇用者と失業者に分けて考える必要がある。また、雇用者の中にも、後述されるような「怠けている雇用者」が存在する。そのため、この経済は、

1. 働いている雇用者 (N)
2. 怠けている雇用者 (N^s)[1]
3. 失業者 (N^u)

の三種の家計が存在していることになる。N^s は、怠けているため、労働力とはならない。労働供給量は1で変化しないと仮定すれば、$N^u = 1-N-N^s$ である。

Nakajima(2006)と同様に、雇用者は、「努力をする」か「全く努力しないか」のどちらかの行動をとる。もし、怠けているのを見つかったら、ペナルティとして η の賃金とされる[2]。経営者は監視により、δ の確率で怠けている者を見つけることが出来る[3]。

雇用者

雇用者の予算制約は、

$$C_1^e + \frac{C_2^e}{1+r} = (1-\tau)w \qquad (2)$$

である。ここで、添え字 e は、雇用されていることを示す。また、τ は所得税率である。簡単化のため、政府は税収のすべてを失業補償に当てるとする。

今、雇用者の消費行動は、(1)と(2)より、

$$C_1^e = \frac{1}{1+\beta}(1-\tau)w \qquad (3)$$

$$C_2^e = \frac{\beta(1+r)}{1+\beta}(1-\tau)w \qquad (4)$$

である。

怠けている雇用者

怠けている雇用者の予算制約は、見つからなかったものは通常の雇用者と同じである。しかし、怠けているのを見つかった場合、

1 添え字の s は、怠けている(Shirking)という意味。
2 解雇されるのではなく、賃金を減額されるだけである。当然、$\eta < w$。
3 たとえ怠けていても、$(1-\delta)$ の確率で見つからない。

$$C_1^s + \frac{C_2^s}{1+r} = (1-\tau)\eta \qquad (5)$$

となる。

今、怠けていた雇用者の消費行動は、(1)と(5)より、

$$C_1^e = \frac{1}{1+\beta}(1-\tau)\eta \qquad (6)$$

$$C_2^e = \frac{\beta(1+r)}{1+\beta}(1-\tau)\eta \qquad (7)$$

である。

失業者

失業者の予算制約は、

$$C_1^u + \frac{C_2^u}{1+r} = \mu \qquad (8)$$

である。ここで、添え字 u は失業していることを示す。また、μ は失業補償であり、税により賄われている。政策的に決められた固定の値であり、最低限度の生活水準などに依存すると考えられる。当然、$\mu < (1-\tau)\omega$ が成り立っていると仮定する。

今、失業者の消費行動は、(1)と(8)より、

$$C_1^u = \frac{1}{1+\beta}\mu \qquad (9)$$

$$C_2^u = \frac{\beta(1+r)}{1+\beta}\mu \qquad (10)$$

である。

二世代重複モデルにおいて、失業の問題を扱う場合、生涯一度も働かない家計が生じてしまうという問題がある。一期間の長さを30年以上と考える長期モデルであるため、ずっと失業している家計と一度も失業しない家計がいると考えることには少し無理がある。したがって、一期間の失業率と考えるよりもむしろ、ある家計が一期間内に失業している期間の割合と考える方が自然である。もちろん、Corneo and Marquardt (2000), Jullian and Picard (1998), Imoto (2003) でも同様の問題に直面する。

2.2 雇用者の行動

企業は労働者に対して、ある水準の努力 (e) を要求する。もし、その水準を下回る努力しかしていないのであれば、怠けているとみなし、ペナルティ（賃金の減額）を与える。Alexopoulos (2004) やNakajima (2006) と同様に、雇用者は、努力をするかしないかのどちらかの行動しかとらない。努力しない雇用者は、労働力とならないので、経営者は適切な賃金水準とペナルティを設定する必要がある。したがって、労働者が喜んで努力するための Incentive Compatibility を満たすためには、

$$U(C_1^e, C_2^e, e) \geq (1-\delta)U(C_1^e, C_2^e, 0) + \delta U(C_1^s, C_2^s, 0) \qquad (11)$$

が成り立っている必要がある。

与えられた賃金水準のもと、労働者はどれだけの努力をするかを決定する。企業が要求する水準 (e^*) より低い水準だと、ペナルティを課される。完全に怠けたときの期待効用である右辺を $\tilde{U}$ とすれば、図1のように表すことが出来る。要求する努力水準が高すぎると、$\tilde{U}$ の方が効用が高くなるので、労働者は完全に怠けることを選んでしまう。逆に、要求する水準が低いことは、企業にとって好ましくないので、怠けられてしまう限

界の水準まで高い要求を行うはずである。すなわち、IC 条件が等号で成立になる。

ここで簡単化のために、ペナルティの賃金を失業したときの所得と同じ水準であるとする。すなわち、

$$(1-\tau)\eta = \mu$$

であるとする。

労働が行われるならば、等号が成り立っているはずなので、

$$e = T - T\chi \tag{12}$$

となる。

ここで、

$$\chi \equiv \left(\frac{(1-\tau)w}{\mu}\right)^{-\frac{(1+\beta)\delta}{\theta}} \tag{13}$$

である。したがって、e は w の関数であり、$\frac{de}{dw} > 0$ である。

2.3 政府

簡単化のため、政府の活動は失業補償のみとする。労働者は全て同質であると仮定すれば、雇用されている者は全員、努力を行っていることになる。すなわち、怠けている労働者 (N^s) は存在しない。

失業補償は、雇用者からの比例税で賄われ、政府の財政は各期毎に均衡すると仮定すれば、

$$\tau w N = (1-N)\mu \tag{14}$$

が成り立つ。

2.4 ソローコンディション

企業は、労働者から利潤が最大となるような努力を引き出すために、最適な賃金水準を決める。すなわち、ソローコンディションを満たすような w に設定する[4]。ソローコンディションは、

$$\frac{de}{dw}\frac{w}{e} = 1 \tag{15}$$

であるから、

$$\chi = \frac{\theta}{\theta + (1+\beta)\delta} \tag{16}$$

となり、企業が要求する努力水準 e は定数となる。(13) (14) より、

$$w = D\mu + \frac{1-N}{N}\mu \tag{17}$$

となる。

ここで、

$$D \equiv \left(\frac{\theta}{\theta + (1+\beta)\delta}\right)^{-\frac{\theta}{(1+\beta)\delta}} \tag{18}$$

である。

2.5 企業

生産関数は、単純な Cobb-Dauglas 型で、

$$Y_t = K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha} \tag{19}$$

とする。ここで、総労働量は $L = eN$ である。賃金、及び利子率は、それぞれの限界生産力に等しく、

$$w = (1-\alpha) K^{\alpha} e^{1-\alpha} N^{-\alpha} \tag{20}$$

$$1 + r = \alpha K^{\alpha-1} (eN)^{1-\alpha} \tag{21}$$

である。

[4] ソローコンディションに関しては、Solow (1979) を参照。

3　市場均衡における分析

3.1　市場均衡

政府は、失業補償以外の活動は行わなず、外国との貿易も考えないため、財市場均衡は、

$$Y_t = C_t + I_t \tag{22}$$

である。

今期の貯蓄はすべて投資にまわされるとし、次期の資本蓄積は、投資により決まる。したがって、

$$K_{t+1} = I_t = S_t \tag{23}$$

である。

ここで、若年世代の消費は、

$$\begin{aligned} C_t^e + C_t^u &= \frac{1}{1+\beta}(1-\tau)w_t N_t \\ &+ \frac{1}{1+\beta}\mu(1-N_t) = \frac{1}{1+\beta}w_t N_t \end{aligned} \tag{24}$$

である。したがって、

$$\begin{aligned} S_t = w_t N_t - C_t &= B w_t N_t \\ B &\equiv \frac{\beta}{1+\beta} \end{aligned} \tag{25}$$

より、

$$\begin{aligned} K_{t+1} &= B w_t N_t \\ &= B\Big[(D-1)\mu N_t + \mu\Big] \end{aligned} \tag{26}$$

である。

(17) (20) より、先決変数である K_t が与えられた元で、

$$\begin{aligned} &(D-1)\mu N_t + \mu \\ &= (1-\alpha)K_t^{\alpha}(eN_t)^{1-\alpha} \end{aligned} \tag{27}$$

を満たすように、N_t が決まる。この均衡を図示したものが、図2である。図からもわかるように、N は0～2の解を持つことになる。この経済は、$0 < N < 1$ の範囲内で、少なくとも1つの解を持つ必要があり、それはパラメータに依存する。以下、パラメータがその仮定を満たすとして、議論を進める。

3.2　定常状態均衡

定常状態を、$N_{t+1} = N_t = N^*, K_{t+1} = k_t = k^*$ とする。(27) (28) より、

$$K^* = B\Big[(D-1)\mu N^* + \mu\Big] \tag{28}$$

$$N^* = \frac{\mu}{B^{\frac{\alpha}{(1-\alpha)}}(1-\alpha)^{\frac{1}{1-\alpha}}e - (D-1)\mu} \tag{29}$$

である。このとき、(30) は当然 $0 < N^* < 1$ を満たしている必要があり、パラメータはそれを満たすと仮定する。N の解は2つの場合が考えられるが、定常均衡となる N は1つであることがわかる。

3.3　比較静学

パラメータの変化による、定常均衡の雇用率 (N) の変化について分析する。失業補償の水準である μ について、

$$\frac{dN^*}{d\mu} = \frac{B^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}e(1-\alpha)^{\frac{1}{1-\alpha}}}{\left(B^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}e(1-\alpha)^{\frac{1}{1-\alpha}} - (D-1)\mu\right)^2} > 0 \tag{30}$$

より、失業補償 (μ) が増えると、雇用率が増加することが分かる。これは、失業補償の充実が、高い失業率につながるという、一般的な見解とは異なる。これは、このモデルにおいては努力水準 (e) が一定となるため、μ の減少は長期的に w の減少となるためである。

また、企業の監視の強さを表すパラメータ（δ）の変化は、

$$\frac{dN^*}{d\delta} = \frac{\partial N^*}{\partial e}\frac{de}{d\chi}\frac{d\chi}{d\delta} + \frac{\partial N^*}{\partial D}\frac{dD}{d\delta} \quad (31)$$

である。ここで、

$$\frac{\partial N^*}{\partial e} > 0, \frac{de}{d\chi} < 0$$

$$\frac{d\chi}{d\delta} < 0, \frac{\partial N^*}{\partial D} > 0, \frac{dD}{d\delta} > 0$$

であるため、雇用は増えることになる。

4 動学体系について

4.1 決定関係

まず、先決変数である K が与えられた元、(28)を満たすように今期の N が決まる。N が決まれば、(27)より次期の K が決まるという体系になっている。

すなわち、(28)より、

$$K = \left(\frac{(D-1)\mu N+\mu}{(1-\alpha)(eN)^{1-\alpha}}\right)^{1/\alpha} \quad (32)$$

であるから、(27)に代入して、N についての一階の非線形差分方程式まとめることが出来て、

$$\left(\frac{(D-1)\mu N_{t+1}+\mu}{(1-\alpha)(eN_{t+1})^{1-\alpha}}\right)^{1/\alpha} = B\left[(D-1)\mu N_t+\mu\right] \quad (33)$$

と表すことが出来る。

縦軸に N_{t+1}、横軸に N_t をとった図を描くと、図3のようになる。N_t が与えられたとき、N_{t+1} は２つであるが、定常均衡となる（45度線上となる）N は１つである。

4.2 定常均衡の近傍における解の振る舞いについて

この動学体系の特徴を調べるためには、均衡の近傍における線形近似した接線の傾きである

$$\left.\frac{dN_{t+1}}{dN_t}\right|_{N=N^*} = \frac{(D-1)N\alpha}{\alpha((D-1)N+1)-1} \quad (34)$$

を見ればよい。もし、符号が負であれば、定常均衡の周辺で Cyclical な振る舞いをすることがわかる[5]。

4.3 数値例

具体的に、景気循環が起こる例を示す。$\mu = 0.9, d = 0.7, \theta = 0.7, \alpha = 0.3, T = 6, \beta = 0.8$ のとき、定常均衡となる N は、0.9550774 となる。均衡の近傍での傾きは、-0.461825 であり、循環しながら収束することが分かる。そこまでの収束過程は、図４のようになる。

5 おわりに

効用関数・生産関数ともに外部性を持たないような、単純な設定の二世代重複モデルに、Shirking efficiency wage を組み込むだけで、定常均衡への経路が振動する例を作ることが出来ることがわかった。経路が振動するということは、景気循環が起こっているということである。外的な要因なしに、モデルより内生的に景気循環が生じるということは、長期経済を分析するにあたり、意義のある

[5] Azariadis (1993) など。

ことと考えられる。

二世代重複モデルでは、景気循環という結果となっているが、同様の分析を連続時間の代表的個人モデルで行っているNakajima(2006)では、定常均衡への経路が不決定となるという結果を得ている。同様の設定でも、異なる文脈となる点は、興味深い。

参考文献

1. Alexpoulos, M., 2004. Unemployment and the business cycle. Journal of Monetary Economics 51, 299-304.
2. Azariadis, C., 1993.. Intertemporal Macroeconomics. Blackwell, Oxford UK & Cambridge USA.
3. Corneo, G., Marquardt, M., 2000. Public pensions, umemployment insurance, and growth. Journal of Public Economics 75, 293-311.
4. Diamond, P., 1965. National debt in a neoclassical growth model. American Economic Review 55, 1126-1150.
5. Imoto, S., 2003. An example of nonlinear endogenous business cycle model: build in the trade union. Economic Letters 81, 117-124.
6. Jullien, B., Picard, P., 1998. A classical model of involuntary unemployment: Effciency wages and macroeconomic policy. Journal of Economic Theory 78, 263-285.
7. Nakajima, T., 2006 Unemployment and indeterminacy. Journal of Economic Theory 126, 314-327.
8. Shapiro, C., Stiglitz, J. E., 1984. Equilibrium unemployment as a workier discipline device. American Economic Review 74, 433-444.
9. Solow, R., 1979. Another possible source of wage stickiness. Journal of Macroeconomics 1, 595-618.

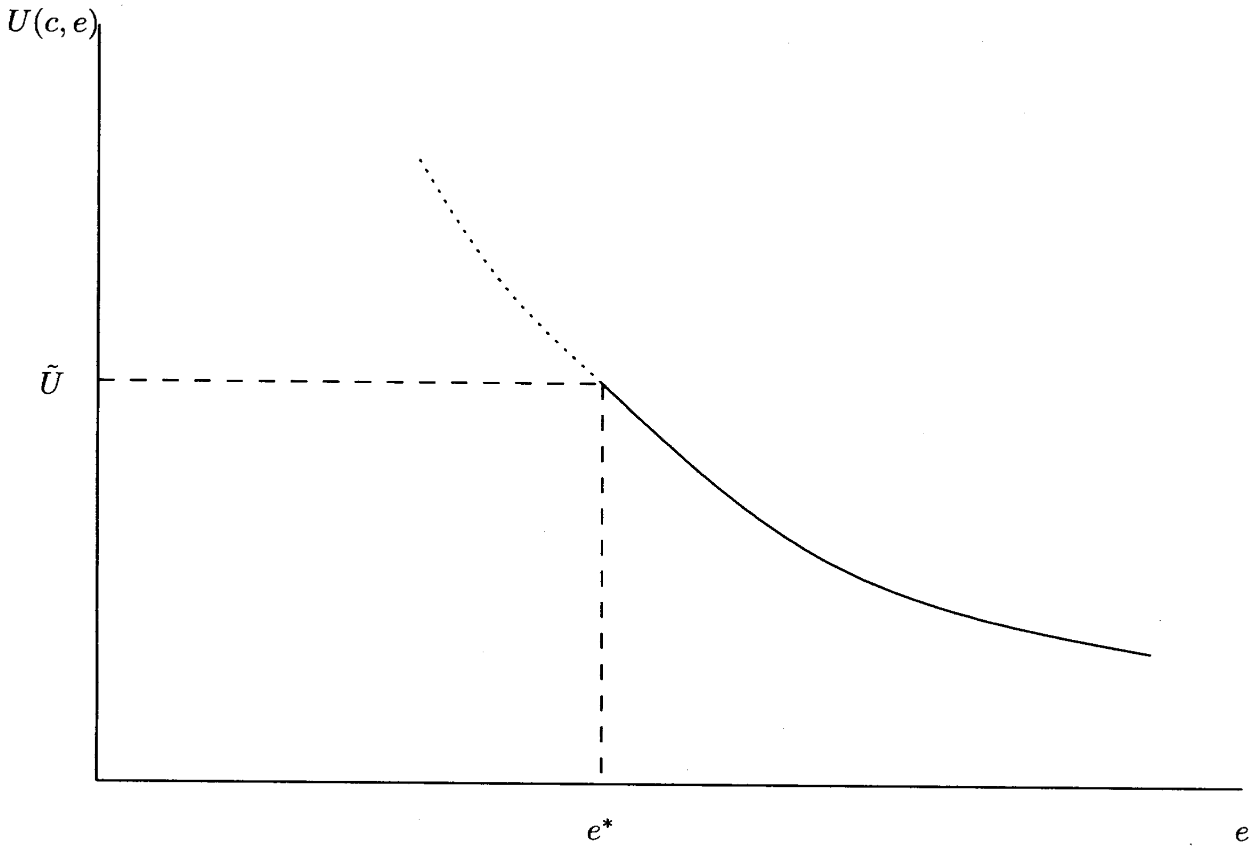

図 1　IC条件の成立

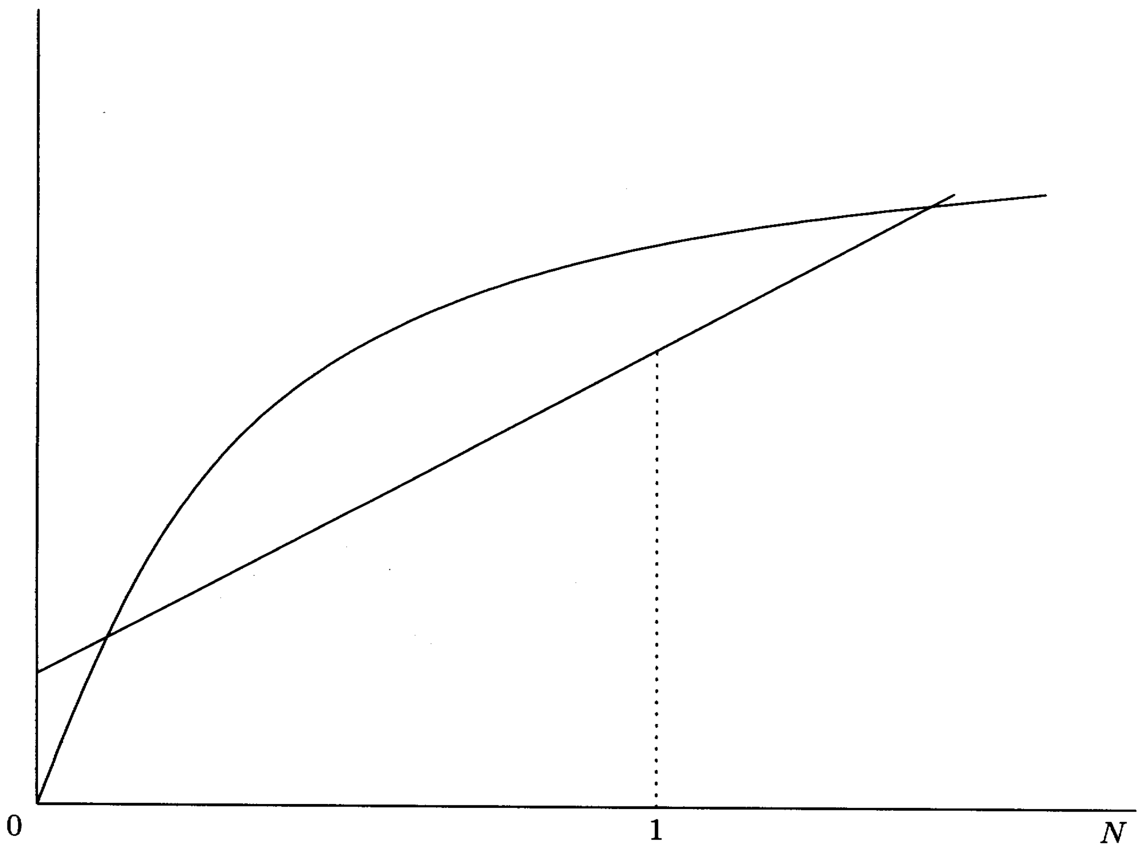

図 2　Nの決定

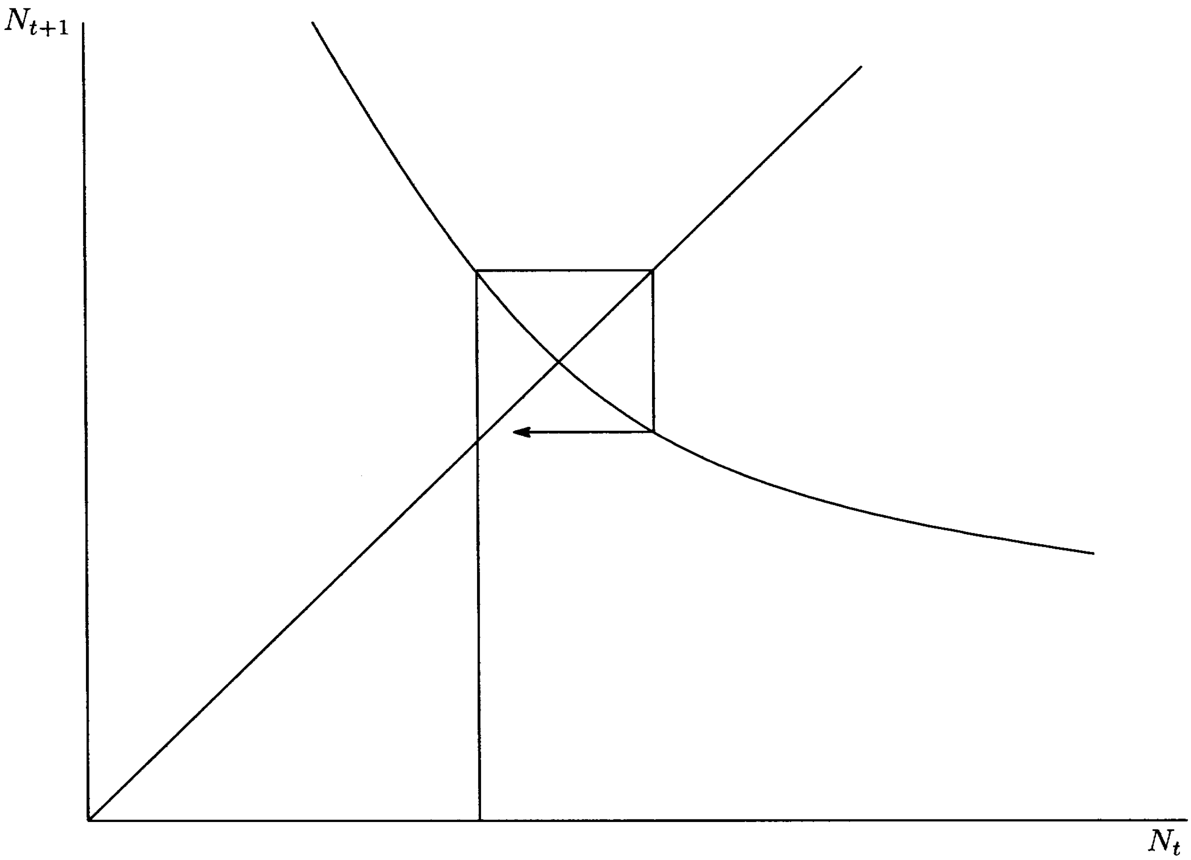

図３　Nの振る舞い

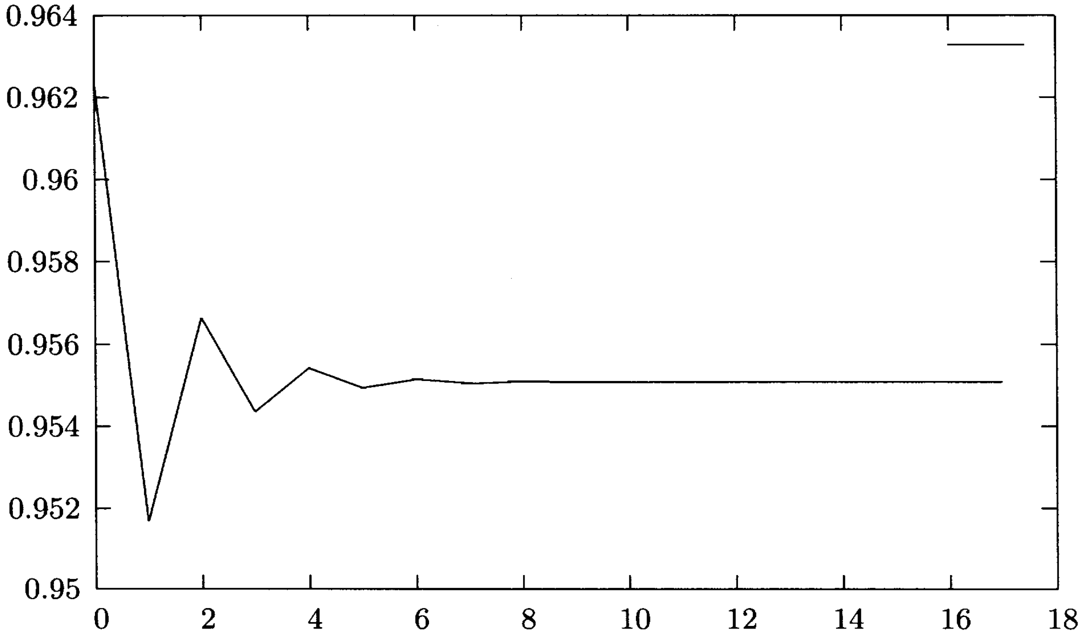

図４　数値例